

混凝土随机多面体骨料模型的生成方法

李 坛* 朱慈勉

(同济大学建筑工程系, 上海 201199)

摘 要 为三维混凝土细观力学行为研究提供一种简便有效的混凝土骨料的生成方法,通过对椭球体的方程进行改造,在其中加入三个随机变量和两个控制参数,从而将其变为不规则多面体以模拟混凝土骨料。采用两个参数对骨料的不规则性进行控制,同时利用椭球体的性质对骨料的外形及尖锐程度进行控制。通过投放实例表明提出的多面体骨料模型能够模拟实际工程中各种级配的混凝土骨料,并通过混凝土三相模型的材料不均质计算说明了该算法的有效性。

关键词 混凝土,多面体,随机骨料

Approach to Generation of Random Polyhedral Aggregate Model for Concrete

LI Tan* ZHU Cimian

(Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract A simple and effective random polyhedral aggregate model was developed for micromechanical analysis of concrete. Through introduction of three random variables and two control parameters, the ellipsoid was translated into irregular polyhedron. The irregularity of aggregate was controlled by two parameters and the shape and sharp of ellipsoid were controlled by the property of ellipsoid. Examples showed that the random polyhedral aggregate model can reflect various graded aggregates in actual project and provide sufficiently accurate results for concrete inhomogeneity studies.

Keywords concrete, polyhedron, random aggregate

1 引 言

混凝土是以骨料为填料和以硬化水泥浆为母体组成的复合材料。宏观数学模型难以反映其材料局部的非线性特征,因此采用细观力学的方法数值模拟混凝土的受力过程可以作为试验研究的补充,为混凝土宏观力学参数的取值提供依据。在细观分析领域,首要问题是建立反映混凝土实际浇筑情况的骨料。从 1984 年开始研究混凝土骨料投放的数值模拟问题。随着计算机技术的不断发展以及有限元技术的不断成熟,混凝土模型的研究从最初的二维到现在的三维,从最初的圆形集料到现在的多面体骨料有了巨大的发展^[1-14]。

目前,国内外普遍应用蒙特卡罗法在一个给定的区域随机投放二维及三维骨料颗粒^[2]。Bazant 等^[3-4]在 20 世纪 90 年代初提出了随机粒子模型,采用随机分布的颗粒来模拟混凝土骨料。Mohamed 和 Hansen^[5]提出了细观结构模型,并用有限元进行了模型的实施。关于三维骨料的生成方法有以下两种:一种是从一个凸的基体开始,在它的周围不断随机生长新的顶点和表面,直到满足要求为止^[6-9,10]。为此需要建立一个基本的几何体,然后在这个几何体的各个表面随机生成新的顶点,然后计算该点与对应表面所形成的多面的体积,通过所得值的正负判断该点是在面外还是面内。另一种是在球形或椭球形的基础上采用渐变网格剖分的方法^[12,13]。该方法在球体表

收稿日期: 2010-10-25

* 联系作者, Email: l_tvip@tongji.edu.cn

面生成 Delaunay 三角形面单元,然后向里剖分成四面体单元。本文选取椭球体为研究对象,通过引入随机变量对椭球体上的顶点进行调整以生成符合实际工程的随机骨料。

2 骨料生成

采用普通坐标系进行分析,空间任意一点的坐标可以用 r 、 θ 和 φ 表示。其中 r 是该点到球心的距离, θ 是该点的纬度, φ 是该点的经度。

首先确定骨料各顶点的 θ 和 φ 。取 x_i 和 x_j 两个随机变量为中间变量,通过式(1)确定 x_i 和 x_j 。

$$\begin{cases} x_i = \gamma(\delta_i - 0.5) + i \\ x_j = \gamma(\delta_j - 0.5) + j \end{cases} \quad (1)$$

使 x_i 在 $(i + \gamma(\delta_i - 0.5), i - \gamma(\delta_i - 0.5))$ 的范围内变化, x_j 在 $(j + \gamma(\delta_j - 0.5), j - \gamma(\delta_j - 0.5))$ 的范围内变化。其中 δ_i 和 δ_j 为 $(0, 1)$ 上的随机变量。 γ 为控制 x_i 和 x_j 变化幅度的一个值,在 $(0, 1)$ 上取值。 i 和 j 分别为 $[1, n]$ 和 $[1, m]$ 上的整数。多面体的顶点数目为 $m \cdot n + 2$ 个,其中 $n \geq 1, m \geq 3$ 。

之后,将 θ 和 φ 分别用 x_i 和 x_j 表示可以获得式(2):

$$\begin{cases} \theta = \frac{\pi n}{x_i + 1} \\ \varphi = \frac{2\pi m}{x_j} \end{cases} \quad (2)$$

再补上 $\theta = 0$ 和 $\theta = \pi$ 两个点,则多面体上的任意顶点可以用(3)表示

$$\begin{cases} x = r(1 - \eta\delta_r) \cos\theta \\ y = r(1 - \eta\delta_r) \sin\theta \cos\varphi \\ z = r(1 - \eta\delta_r) \sin\theta \sin\varphi \end{cases} \quad (3)$$

式中 a 在 $(0, 1)$ 上取值; b 在 $(0, a)$ 上取值; δ_r 为 $(0, 1)$ 上的随机变量; η 为控制 r 变化幅度的一个值,在 $(0, 1)$ 上取值。

对于一个骨料只需要给出 n, m, a, b, γ 和 η 几个参数, δ_i, δ_j 和 δ_r 都是 $(0, 1)$ 上的随机数不需要设置。在多面体的建立过程中可以通过调整参数 a 和 b 来控制多面体的总体形状,以控制多面体的尖锐程度。式(3)中,当 a 和 b 接近,且较小时,多面体较为细长;而当 a 较小, b 和 1 接近时,多面体较为扁平;当 a 和 b 接近,且接近 1 时,多面体接近球形。因此,通过本文的方法可以模拟多种类型的多面体骨料。由于多面体最长对角线

长度恒为 r ,每个多面体的最大直径已知,不需要再采用其他算法来获得骨料的粒径。

3 骨料的投放

假设投放区域为边长分别为 a, b, c 的立方体,骨料生成完毕后按照以下步骤进行投放:

(1) 将生成的骨料按照从大到小的顺序进行存储。采用这种方法以保证大粒径的骨料能够投放到混凝土内。

(2) 在立方体区域 $x \in (r, a - r), y \in (r, b - r), z \in (r, c - r)$,其中 r 为骨料的半径,随机生成第 i 个骨料的投放点,以确定骨料中心点的坐标。

(3) 将骨料 i 绕中心点旋转任意角度,并判断与先前投放的骨料 j 是否重叠。如果不重叠则对第 $i + 1$ 个骨料重复步骤(2)、(3)。否则重复步骤(2),确定第 i 个骨料的中心点坐标。

判断待投放骨料是否与已投放骨料重叠可以按以下步骤进行:

(1) 比较待投放骨料的半径 r_i 和已投放骨料的半径 r_j 之和是否大于两骨料中心点的距离 L_{ij} 。如果 $r_i + r_j < L_{ij}$,则两个骨料不会重叠,否则进行下一步判断。

(2) 如果 r_i 的 b_i 倍之和 r_j 的 b_j 倍之和 (b_i 和 b_j 分别是骨料 i 和 j 对应式(3)的系数)大于骨料中心点的距离 L_{ij} ,即 $b_i r_i + b_j r_j < L_{ij}$,则分别过骨料 i 的任意顶点 P_i 和骨料 j 的中心点 O_j 做向量 $\overrightarrow{O_j P_i}$ 。求出该向量与骨料 j 所在椭球面的交点 P_j ,比较 $\overrightarrow{O_j P_i}$ 和 $\overrightarrow{O_j P_j}$ 的长度,如果对骨料 i 的任意点都有 $\overrightarrow{O_j P_i} > \overrightarrow{O_j P_j}$,则两个骨料不相交;否则,这两个骨料重叠,旋转任意角度后再进行判断。如果 $b_i r_i + b_j r_j > L_{ij}$,则两个骨料重叠,且不能通过旋转骨料调整。点与椭球体的关系如图 1 所示。

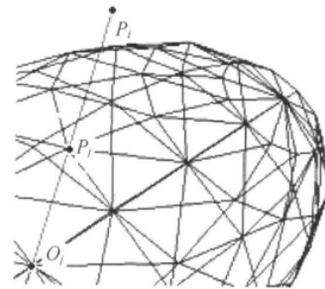


图 1 点与椭球体位置关系

Fig. 1 Position relation between point and ellipsoid

4 计算实例

4.1 随机骨料生成

取 $n=9$ $m=12$ $\gamma=0.4$ $\eta=0.2$ $\mu=0.6$ $b=0.4$,生成的骨料形状如图 2 所示。可以看出 ,生成的骨料形状不规则带有尖锐边角 ,其形状与实际工程中的形状相似。

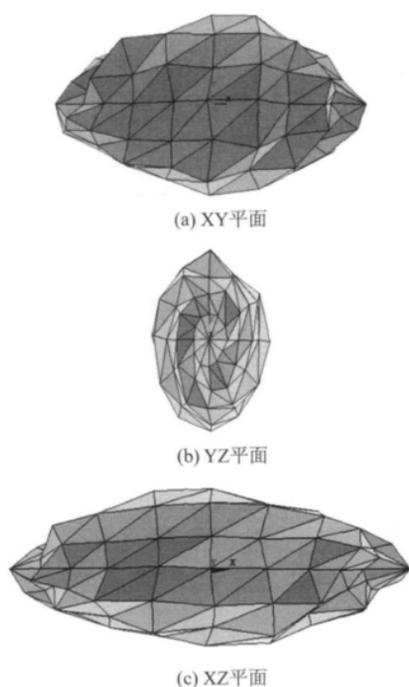


图 2 骨料形状

Fig. 2 Aggregate shape

按表 1 的骨料级配 ,建立随机骨料库 ,并将其投放到 $150\text{ mm} \times 150\text{ mm} \times 150\text{ mm}$ 的混凝土中。图 3 所示为不同骨料含量下 ,混凝土中的骨料分布 ,其中 γ 取 0.4 , η 取 0.2 , μ 和 b 分别取 0.6 和 0.4。图 3(a) 的 n 和 m 分别取 1 和 2 ,骨料投放率为 5.01% ;图 3(b) 的 n 和 m 分别取 4 和 6 ,骨料投放率为 12.11% ;图 3(c) 的 n 和 m 分别取 4 和 6 ,骨料投放率为 19.24%。从图中可以看出骨料的分布均匀 ,和实际混凝土中骨料的分布的情况吻合。

表 1 骨料级配表
Table 1 Aggregate gradation

筛孔尺寸/mm	25	31.5	40	50
过筛率/%	100	70	40	0

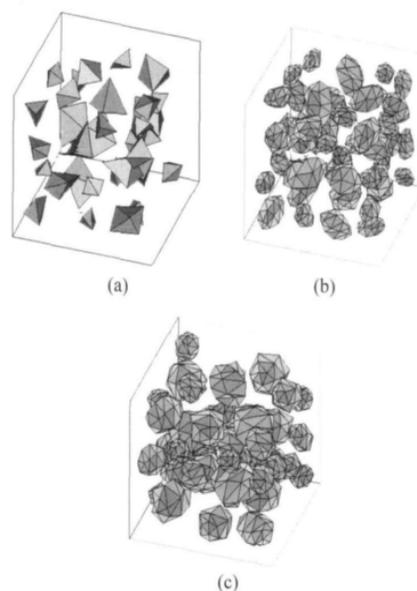


图 3 骨料投放模型

Fig. 3 Aggregate packing model

4.2 混凝土三相模型的材料不均质计算

将混凝土考虑为砂浆和骨料以及砂浆和骨料的界面粘结带三相组成。骨料投放模型采用图 3(a) 的模型 ,用 ANSYS 将模型划分为有限元网格进行分析 ,有限元网格如图 4 所示。石子及砂浆采用 solid65 单元。由于界面粘结带厚度相对骨料尺寸较小 ,一般认为 $10 \sim 50\ \mu\text{m}$ 的层状结构^[14] ,因此采用 shell181 单元。shell181 为面单元 ,适用于宽厚比大于 10 的薄到中等厚度的结构 ,单元厚度由实常数确定 ,取 0.05 mm。模型材料性能参数的选取引自文献[15] ,具体取值见表 2。不考虑试件与承压板之间的摩擦 ,约束底端节点竖向位移 ,对顶端节点施加 0.02 mm 的位移变形荷载 ,得到模型的中部竖向截面的第一主应力如图 5 所示 ,最大拉应力出现在骨料密集区域的骨料的尖角位置 ,这表明骨料的形状对混凝土试件受力有一定影响。

表 2 材料参数表

Table 2 Material parameters

材料	抗压强度 f_c /MPa	抗拉强度 f_t /MPa	弹性模量 E_0 /GPa	泊松比 μ
砂浆	25.0	2.5	26.0	0.22
骨料	80.0	10.0	55.5	0.16
粘结带	22.0	1.5	25.0	0.16

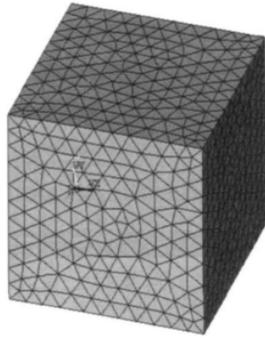


图4 有限元网格

Fig. 4 Finite element mesh

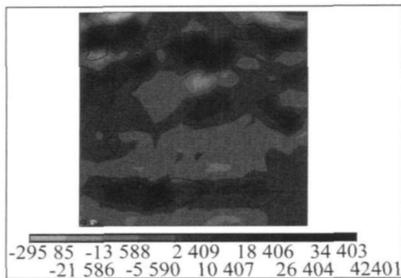


图5 模型局部剖面第一主应力云图

Fig. 5 First principal stress contour in central vertical cross-section

对试块顶部顶端节点增加位移变形荷载,混凝土的裂缝发展如图6所示。从图6(a)中可以看出,在混凝土试件加载的初始阶段荷载较小,在试件中部分强度较低的粘结单元和砂浆单元达到了抗拉强度,开始出现开裂。从图6(b)中可以看

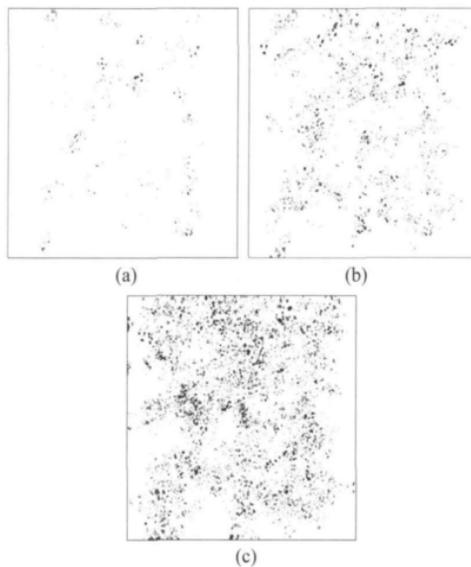


图6 混凝土单轴受压裂缝扩展过程

Fig. 6 Crack propagation process of concrete under uniaxial compression

出,随着位移变形荷载的继续增加,开裂单元逐渐增多,裂缝开始扩展,远离骨料的砂浆单元也开始发生破坏。发生破坏的单元开始贯通形成宏观的裂缝。结合图5可以看出,裂缝产生的区域大体与主拉应力的分布一致,是典型的主拉应变开裂。从图6(c)中可以看出,在之后的位移变形荷载加载过程中,混凝土中的裂缝继续扩展,并延伸到试件的表面,试件失去承载能力。

从上面的分析可以看出,试件的破坏是由于微裂纹的发展最终形成宏观裂纹的原因。在这个破坏过程中骨料的形状对混凝土中微裂纹的开展有着一定的影响。

5 结 语

本文基于椭球形骨料,通过引入随机变量,可以生成与实际工程中骨料形状相似的骨料模型。通过对参数的调整控制骨料的尖锐程度,不需要另外进行尖锐度的判断。由于骨料的粒径已知,不需要采用其他算法获得骨料粒径。使用该算法容易生成满足指定级配的骨料。利用本文建立的随机骨料模型可以用于混凝土材料不均质的计算。

参考文献

- [1] Wittmann F H, Roelfstra P E, Sadouki H. Simulation and analysis of composite structures [J]. *Materials Science and Engineering*, 1985, 68(2): 239 - 248.
- [2] Wang Z M, Kwan A K H, Chan H C. Mesoscopic study of concrete I: generation of random aggregate structure and finite element mesh [J]. *Computers and Structures*, 1999, 70: 533 - 544.
- [3] Bazant Z P, Gambarova R G. Crack shear in concrete: crack band microplane model [J]. *Struct Engrg ASCE*, 1984, 110: 2015 - 2035.
- [4] Bazant Z P, OH B H. Microplane model for progressive fracture of concrete and rock [J]. *Engrg Mrch ASCE*, 1985, 115: 559 - 582.
- [5] Mohamed A R, Hansen W. Micromechanical modeling of concrete response under static loading - Part 1: Model development and validation [J]. *ACI Materials Journal*, 1999, 96(2): 196 - 203.
- [6] 刘光廷, 高政国. 三维凸型混凝土骨料随机投放算法 [J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2003, 43(8): 1120 - 1123.

- Liu G ,Gao Z. Random 3-D aggregate structure for concrete [J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology) ,2003 ,43 (8) : 1120 - 1123. (in Chinese)
- [7] 覃伟平 杨新华 ,陈传尧. 一种快速的三维凸型混凝土骨料随机投放算法 [J]. 水电能源科学 2006 , 24(3) : 39 - 42.
Qin W P ,Yang X H ,Chen C Y. Fast random 3-D aggregate packing algorithm for concrete [J]. Water Resources and Power ,2006 ,24 (3) : 39 - 42. (in Chinese)
- [8] 唐欣薇 张楚汉. 随机骨料投放的分层摆放法及有限元坐标的生成 [J]. 清华大学学报(自然科学版) 2008 (12) : 2048 - 2052.
Tang X W ,Zhang C H. Layering disposition and FE coordinate generation for random aggregate arrangements [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology) ,2008 ,(12) : 2048 - 2052. (in Chinese)
- [9] 李运成 马怀发 陈厚群 ,等. 混凝土随机凸多面体骨料模型生成及细观有限元剖分 [J]. 水利学报 , 2006 37(5) : 588 - 592.
Li Y C ,Ma H F ,Chen H Q ,et al. Approach to generation of random convex polyhedral aggregate model and plotting for concrete meso-mechanics [J]. Journal of Hydraulic Engineering 2006 37(5) : 588 - 592. (in Chinese)
- [10] Riyadh A R , Mustafa A. Simulation of random packing of polydisperse particles [J]. Powder Technology 2007 ,176(1) : 47 - 55.
- [11] 杨新华 徐瑞 陈传尧. 三维随机多面体骨料生成和投放技术 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版) 2009 (8) : 99 - 102.
- Yang X H ,Xu R ,Chen C Y. Generation and packing of three-dimensional random polyhedron aggregate [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Nature Science Edition) ,2009 ,(8) : 99 - 102. (in Chinese)
- [12] 肖建强 夏晓舟. 基于渐变网格剖分方法的混凝土细观数值模拟 [J]. 南京工程学院学报(自然科学版) 2009 7(2) : 29 - 33.
Xiao J Q ,Xia X Z. Micro-numerical simulation of concrete based on gradually mesh generation method [J]. Journal of Nanjing Institute of Technology (Natural Science Edition) ,2009 7(2) : 29 - 33. (in Chinese)
- [13] 夏晓舟 陈爱玖 刘峰 ,等. 基于渐变网格剖分方法的再生混凝土细观数值试验 [J]. 中山大学学报(自然科学版) 2008 47(z2) : 14 - 17.
Xia X Z ,Chen A J ,Liu F ,et al. Meso-numerical experiment of recycle concrete based on gradually mesh division scheme [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni(Natural Science Edition) 2008 47(z2) : 14 - 17. (in Chinese)
- [14] Barnes B D ,Diamond S ,Dolch W L. Micromorphology of the interfacial zone around aggregates in portland cement mortar [J]. Journal of the American Ceramic Society ,1979 62(1 - 2) : 21 - 24.
- [15] 刘光廷 汪宗敏. 用随机骨料模型数值模拟混凝土材料的断裂 [J]. 清华大学学报(自然科学版) , 1996 36(1) : 84 - 89.
Liu G T ,Wang Z M ,Numerical simulation study of fracture of concrete materials using random aggregate model [J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology) ,1996 ,36 (1) : 84 - 89. (in Chinese)